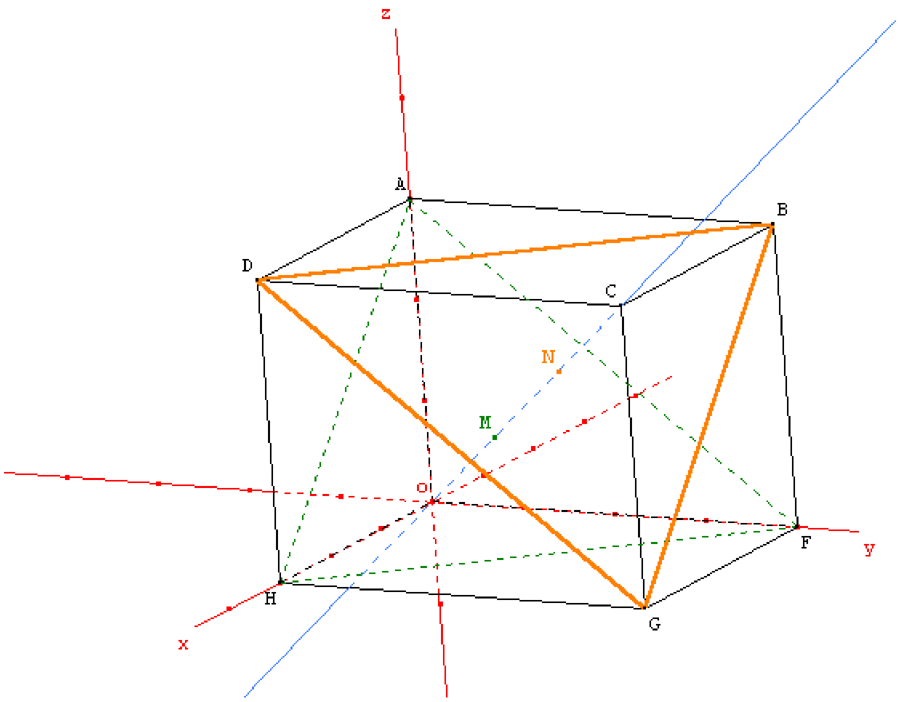
**CORRECTION DU N° 34 p 382**




(*Figure réalisée avec GEOSPACE*)

**1.** **a)** Une fois les points H(3 ; 0 ; 0) , F ( 0 ; 4 ; 0) et A ( 0 ; 0 ; 3 ) placés, on termine la construction du pavé droit en se rappelant que le nom ABCDOFGH est constitué des noms des faces parallèles : ABCD et OFGH. Les autres sommets sont donc B ( 0 ; 4 ; 3) , C ( 3 ; 4 ; 3), D ( 3 ; 0 ; 3), O ( 0 ; 0 ; 0), G ( 3 ; 4 ; 0)

**b)** Le plan (AHF) a une équation cartésienne du type ax + by + cz = d

Le point A est dans ce plan donc, en remplaçant x, y et z par les coordonnées de A on obtient 3c = d

De même H $\in$ (AHF) donc 3a = d

Enfin F $\in$ (AHF) donc 4b = d

Les coefficients a, b, c et d vérifient donc le système $\begin{cases} 3c = d \\ 3a = d \\ 4b = d \end{cases}$

On peut fixer la valeur d'une des inconnues puisqu'il y a une inconnue de plus que d' équations: en prenant d = 12 on obtient a = c = 4 et b = 3

Une équation cartésienne de (AHF) est 4x + 3y + 4z = 12

En raisonnant de la même façon pour (BDG), on trouve que les coefficients d'une équation cartésienne doivent vérifier le système $\begin{cases} 4b + 3c = d \\ 3a + 3c = d \\ 3a + 4b = d \end{cases}$ qui donne en prenant pour d la valeur 1 : $a = \frac{1}{6}$, $b = \frac{1}{8}$ et $c = \frac{1}{6}$

Une équation cartésienne du plan ( BDG) est donc $\frac{1}{6}x + \frac{1}{8}y + \frac{1}{6}z = 1$ ou en multipliant les deux membres par 24 : 4x + 3y + 4z = 24

**2.** La droite (OC) est représentée par un système de deux équations cartésiennes, équation de deux plans sécants contenant la droite (OC) donc les points O et C.

Comme O est dans ces plans, leur équation doit être de la forme ax + by +cz = 0

Il suffit donc de trouver deux équations, à coefficients non proportionnels, vérifiées par les coordonnées de C

Il faut chercher a, b et c pour que, vu les coordonnées de C, 3a + 4b + 3c = 0 : 1 équation et 3 inconnues, on peut en fixer arbitrairement 2.

Pour a = 1, b = 0 on trouve c = – 1. Le plan d'équation 3x – 3 z = 0 contient la droite (OC)

Pour a = 0, b = 3, on trouve c = – 4. Le plan d'équation 3y – 4z = 0 contient aussi la droite (OC)

Ces deux plans ne sont pas parallèles ( coefficients non proportionnels) dont sont sécants et leur droite d'intersection est (OC)

Par conséquent le système $\begin{cases} 3x - 3z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \end{cases}$ est un système d'équations cartésiennes de la droite (OC).

*Remarque : il y a évidemment d'autres réponses possibles*

**3.** **a)** Le point d'intersection M de la droite (OC) avec le plan (AHF) a des coordonnées (x ; y ; z) vérifiant le système d'équations cartésiennes de (OC) et l'équation cartésienne de (AHF) soit le sysème :

$\begin{cases} 3x - 3z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \\ 4x + 3y + 4z = 12 \end{cases}$ qu'on peut résoudre facilement par substitution ou à l'aide de la calculatrice.

On trouve x = 1, y = $\dfrac{4}{3}$ et z = 1. Donc M ( 1 ; $\dfrac{4}{3}$ ; 1 )

De même, les coordonnées de N intersection de (OC) et (BDG) vérifient le système $\begin{cases} 3x - 3z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \\ 4x + 3y + 4z = 24 \end{cases}$

On trouve N ( 2 ; $\dfrac{8}{3}$ ; 2)

**b)** On doit ici prouver que OM = MN = NC ou encore OM = $\dfrac{1}{3}$ OC et ON = $\dfrac{2}{3}$ OC

On a $\overrightarrow{OC}$ ( 3 ; 4 ; 3) et puisque le repère est orthonormal OC = $\sqrt{3^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

De même $\overrightarrow{OM}$ ( 1 ; $\dfrac{4}{3}$ ; 1 ) donc OM = $\sqrt{1 + \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 + 1} = \sqrt{\dfrac{34}{9}} = \dfrac{\sqrt{34}}{3} = \dfrac{1}{3}$ OC

$\overrightarrow{ON}$ ( 2 ; $\dfrac{8}{3}$ ; 2) et ON = $\sqrt{2^2 + \left(\dfrac{8}{3}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\dfrac{136}{9}} = \dfrac{\sqrt{4 \times 34}}{3} = \dfrac{2\sqrt{34}}{3} = \dfrac{2}{3}$ OC.

Les points M et N partage donc bien le segment [ OC ] en trois segments de même longueur.